Lycée Sidi Bouzid *Professeur* : *Aloui Fahem*

Date : 15/12/2020 **C**lasses : $2^{\text{ième}}Sc_{1\&2}$

Devoir de Synthèse N°1 /*Mathématiques*/

Durée : 2 Heures

EXERCICE N°1 : (*03 points*)

Pour chaque question une seule des trois propositions est correcte .
Indiquer sur la copie le numéro de la question et la lettre correspondant à la réponse choisie sans justification .

1°. A et B deux points distincts du plan et G le point tel que $-2\overrightarrow{GA}+\overrightarrow{GB}=\overrightarrow{O}$; alors :

a/ $\overrightarrow{AG}=2\overrightarrow{BA}$ b/ $G\in[AB]$ c/ $G\notin[AB]$

2°. L'expression $E(x)=\sqrt{|x|-1}$ est définie pour tout réel x appartenant à :

a/ $[0,+\infty[$ b/ $]-\infty,-1]\cup[1,+\infty[$ c/ $[-1,1]$

3°. L'ensemble des solutions de l'équation $x+1=-2+3\sqrt{x+1}$ est :

a/ $S=[-1,+\infty[$ b/ $S=\{0,3\}$ c/ $S=\{3\}$

EXERCICE N°2 : (*07 points*)

Le plan muni d'un repère orthonormé $(O,\vec{i},\vec{j})$, on donne les points $A(2,1)$, $B(5,1)$ et $C(2,4)$.

1°. a/ Montrer que les vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$ sont orthogonaux .

b/ Déterminer les coordonnées du point D tel que $\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{CD}$.

2°. Soit G le barycentre des points pondérés $(A,1)$ et $(B,2)$.

Exprimer $\overrightarrow{AG}$ en fonction de $\overrightarrow{AB}$; en déduire que les droites (AG) et (CD) sont parallèles .

3°. On considère le point K tel que $\overrightarrow{KA}+2\overrightarrow{KB}-2\overrightarrow{KD}=\overrightarrow{O}$

Montrer que les points K , G et D sont alignés .

4°. a/ Déterminer l'ensemble (Δ) des points M du plan tels que $\left\|\overrightarrow{MA}+2\overrightarrow{MB}\right\|=3MK$.

b/ Montrer que l'ensemble (ζ) des points N du plan tels que $\left\|\overrightarrow{NA}+2\overrightarrow{NB}\right\|=\left\|\overrightarrow{NB}-\overrightarrow{NA}\right\|$

est le cercle de centre G passant par B .

EXERCICE N°3 : (*05 points*)

Résoudre dans IR chacune des inéquations suivantes :

a/ $-2x^2+5x-3\succ 0$ b/ $x^2+x+1\leq 0$

c/ $x+1-\dfrac{1}{x}\leq 0$ d/ $\sqrt{x+2}\geq x$

EXERCICE N°4 : (*05 points*)

On donne ci-dessous le tableau de signe d'un trinôme du second degrés $p(x)=ax^2+bx+c$.

x	$-\infty$		-0,5		1		$+\infty$
Signe de $p(x)$		+	0	-	0	+	

1°. a/ Déterminer en justifiant le signe de chacun des réels a , b et c .

b/ Sachant que $p(0)=-1$; Calculer alors c et en déduire a puis b .

2°. On donne $a=2$ et $b=c=-1$ et on considère le polynôme $f(x)=2x^3-5x^2+x+2$.

a/ Prouver que 2 est une racine du polynôme f .

b/ Montrer que $f(x)=(x-2)\,p(x)$.

c/ Résoudre alors dans IR l'inéquation $\dfrac{2x^3+x+7}{x^2+1}\geq 5$.